

Übungen zur Vorlesung “Stochastik“

Sommersemester 2016, Blatt 1

Abgabetermin: 26.4.2016, zu Beginn der Vorlesung
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Ein Mann kommt mit einem Schlüsselbund mit 9 Schlüsseln an eine Tür. Genau einer dieser Schlüssel passt in das Schloss der Tür. Der Mann weiß jedoch nicht welcher. Wie viele Versuche benötigt er im Erwartungswert, die Tür zu öffnen, wenn er

- vor jedem Versuch erneut einen der 9 Schlüssel zufällig auswählt?
- vor jedem Versuch zufällig einen Schlüssel vom Bund auswählt und nach einem Fehlversuch den getesteten Schlüssel vom Bund entfernt?

Bestimmen Sie außerdem die zugehörigen Varianzen.

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Eine Urne enthält 6 weiße und 2 schwarze Kugeln. In einer zweiten Urne liegen 3 weiße und 7 schwarze Kugeln. Zunächst wird ein Würfel gewürfelt. Ist die Augenzahl ≤ 4 , so wird anschließend eine Kugel aus der ersten Urne gezogen, andernfalls aus der zweiten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen?

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Die Zufallsvariablen X_1 und X_2 seien unabhängig und Poisson verteilt mit positiven Parametern λ_1 und λ_2 .

- Bestimmen Sie die Verteilung von $X_1 + X_2$.
- Für festes $n \in \mathbb{N}$ berechnen Sie die bedingte Verteilung $\mathbb{P}(X_1 = k | X_1 + X_2 = n)$.

(bitte wenden)

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Ein fairer Würfel wird N -mal geworfen. Dabei sei N eine geometrisch verteilte Zufallsvariable mit Parameter $1/2$, X_i die Augenzahl des i -ten Wurfs für $1 \leq i \leq N$ und $S := \sum_{i=1}^N X_i$. Bestimmen Sie

- a) $\mathbb{P}(N = 2 | S = 4)$,
- b) $\mathbb{P}(S = 4 | N \text{ ist gerade})$,
- c) $\mathbb{P}(N = 2 | S = 4 \text{ und } X_1 = 1)$.

HINWEIS: Der Satz von Bayes kann hierbei hilfreich sein.