Stochastische Integration und Finanzmathematik **SS 2016**

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi
http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/SS-2016/VorStochIntFinSS2016

Übung 0

Präsenzübung: Keine Abgabe für dieses Blatt. Bearbeitung am 21.04.2016.

Aufgabe 1. Wir betrachten einen einperiodigen Finanzmarkt mit risikolosem Zinssatz r und einer Aktie S mit Anfangswert S_0 und zufälligem Enwert S_1. Zeigen Sie für die folgenden Modelle dass Sie Arbitrage erlauben

(a) $S_0 = €13$, $r = 0,2$, S_1 gleichverteilt auf $\{€11, €14, €15\}$.

(b) $S_0 = €89$, $r = 0,1$, $S_1 = €100 + €X$ mit $X \sim Exp(\lambda)$.

Betrachten Sie nun den Fall $S_0 = €1$, $r > 0$ und $S_1 \sim U_{[0,\theta]}$, für ein $\theta > 0$.

(c) Für gegebenes $r > 0$, welche Bedingung an θ stellt die Existenz von Arbitrage sicher?

Für gegebenes S_0, r und eine Familie von Wahrscheinlichkeitsmaßen $\mathscr{P} = \{P_\theta\}_{\theta \in \Theta}$ nennen wir ein Modell robust ohne Arbitrage, wenn es kein $\theta \in \Theta$ gibt so dass für $S_1 \sim P_\theta$ das Modell Arbitrage erlaubt.

(d) In der Situation in (c), für $\Theta = \mathbb{R}_+$, ist dieses Modell robust ohne Arbitrage?

Aufgabe 2. Betrachten Sie das einperiodrige Binomialmodell mit $S_0 = 1$ und $r = 0.2$. Sei $u = 1.3$ und $d = 1/u$. Ferner sei

$$P(S_1 = u) = 1/2, \qquad P(S_1 = d) = 1/2.$$

Ist dieses Modell ohne Arbitrage? Betrachten Sie nun eine zweite Anlageklasse π mit

$$\pi_0 = C \text{ und } \pi_1 = \max(0, S_1 - 1).$$

Bestimmen Sie alle Preise C für die das um π erweiterte Modell weiterhin ohne Arbitrage bleibt. Wiederholen Sie die Aufgabe für

$$\pi_1 = \max(0, 1 - S_1).$$